

Pierwiastki całkowite

Proszę zapisać mi 2 przykłady oraz rozisać Cwł. przykłady a), b) i d).

Przedstawiam rozwiązanie przykładu c):

$$w(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

$a_0 = 6$ stąd możliwe podzielniki wyrazu wolnego to:

$$-1, 1, 2, -2, 3, -3, 6, -6$$

Sprawdzamy polskie które z nich jest pierwiastkiem wielomianu:

$$w(-1) = (-1)^3 - 2 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + 6 = -1 - 2 + 5 + 6 \neq 0$$

$$w(1) = 1 - 2 - 5 + 6 = 0 \quad \checkmark \quad \text{Liczba 1 jest pierwiastkiem wielomianu.}$$

Należy teraz podzielić wielomian na pier. dzielnic $x-1$.

Można sposobem tradycyjnym lub schematem Hornera:

	x^3	x^2	x	a_0
	1	-2	-5	6
1	1	-1	-6	0

W wyniku dzielenia otrzymaliśmy wielomian $p(x) = 1x^2 - 1x - 6$. Należy poszukać pozostałych pierwiastków.

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25 \quad \sqrt{\Delta} = 5$$

$$x_1 = \frac{-(-1) - 5}{2} = -2 \quad x_2 = \frac{-(-1) + 5}{2} = 3$$

Odp. Pierwiastkami wielomianu są liczby 1, -2 i 3.

Proszę zapisać sy z wielomianem 2 i nie jego pozostałe
wyznacić 0w 2, wielomiany a), b) i c).

Rozwiązanie wielomianu d):

$$4x^3 + 14x^2 + 13x + 3 = 0$$

Podzielili wyznaczyliśmy $a_0 = 3$ to liaby $-1, 1, 3, -3$.

Sprawdzamy, który z nich jest pierwiastkiem wielomianu:

$$w(-1) = -4 + 14 - 13 + 3 = 0 \quad \vee \quad \text{liaba } -1 \text{ jest pierwiastkiem wielomianu}$$

Wyznaczamy dzieląc wielomian przez dzielnik $x + 1$.

x^3	x^2	x	a_0
4	14	13	3
-1	-4	-10	-3
4	10	3	0

$$p(x) = 4x^2 + 10x + 3. \quad \text{Obliczamy } \Delta = 10^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 100 - 48 = 52$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{52} = \sqrt{4 \cdot 13} = 2\sqrt{13}$$

$$x_1 = \frac{-10 - 2\sqrt{13}}{8} = \frac{2(-5 - \sqrt{13})}{8 \cdot 4} = \frac{-5 - \sqrt{13}}{4}$$

$$x_2 = \frac{-10 + 2\sqrt{13}}{8} = \frac{-5 + \sqrt{13}}{4}$$

Odp. Pierwiastkami wielomianu są liaby: $-1, \frac{-5 - \sqrt{13}}{4}, \frac{-5 + \sqrt{13}}{4}$.

Proszę zapisać sy z wielomianem 3, a następnie wyznaczyć
0w 3 wielomiany a), b) i c).

$$\text{Rozwiązanie wielomianu f) } x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 12x + 4 = 0$$

Podzielili wyznaczyliśmy $a_0 = 4$ to liaby $-1, 1, 2, -2, 4, -4$

Sprawdzamy, która liaba jest pierwiastkiem wielomianu:

$$w(1) = 1 + 3 - 5 - 12 + 4 \neq 0, \quad w(-1) = 1 - 3 - 5 + 12 + 4 \neq 0, \quad w(2) = 16 + 24 - 20 - 24 + 4 = 0 \quad \boxed{\vee}$$

Liaba 2 jest pierwiastkiem wielomianu.

Podzielimy wielomian $x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 12x + 4$ przez dzielnik $x - 2$

	x^4	x^3	x^2	x^1	a_0
	1	3	-5	-12	4
2		2	10	10	-4
	1	5	5	-2	0

$$p(x) = x^3 + 5x^2 + 5x - 2$$

Podobnie sprawdzamy podzielność wyraz wolny $a_0 = -2$:

$$-1, 1, 2, -2$$

$$p(-1) = -1 + 5 - 5 - 2 \neq 0$$

$$p(1) = 1 + 5 + 5 - 2 \neq 0$$

$$p(2) = 8 + 20 + 10 - 2 \neq 0$$

$$p(-2) = -8 + 20 - 10 - 2 = 0 \quad \boxed{V}$$

Lioba -2 jest pierwiastkiem wielomianu $p(x) = x^3 + 5x^2 + 5x - 2$

Dzielimy wielomian p przez dwumian $x+2$:

	x^3	x^2	x^1	a_0
	1	5	5	-2
-2		-2	-6	2
	1	3	-1	0

$q(x) = 1x^2 + 3x - 1$. Liczymy Δ , aby znaleźć pozostałe pierwiastki:

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 9 + 4 = 13 \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{13}$$

$$x_1 = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2} \quad i \quad x_2 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2}$$

Stąd rozkładanie mnożąc sp liuley: $2, -2, \frac{-3 - \sqrt{13}}{2}, \frac{-3 + \sqrt{13}}{2}$